Chapitre XIV

PHYSIQUE DES SYSTÈMES OUVERTS.

Ah qu'il est beau le débit de lait

Ah qu'il est laid le débit de l'eau

Débit de lait si beau débit de l'eau si laid

S'il est un débit beau c'est bien le beau débit de lait

Charles Trenet, Francis Blanche, Albert Lasry.

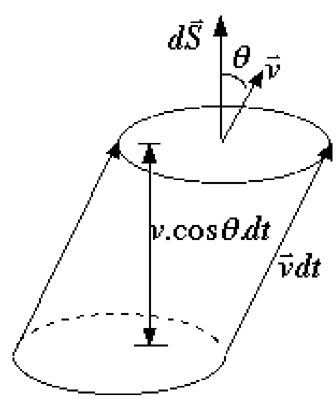
La définition d'un système ne pose pas de problème en physique du solide, mais au sein d'un fluide en mouvement, ça devient vite problématique ; où est passé en effet le verre d'eau qu'on a versé il y a quelques minutes dans la Marne ? Il est plus naturel de choisir une zone précise de l'espace, appelée volume de contrôle*, et son contenu ; mais celui-ci varie puisque le volume de contrôle est traversé par le fluide ; on parle donc aussi de* système ouvert*. Nous allons donc nous doter ici des outils nécessaires pour gérer cette situation. Ces outils sont du reste utiles dans bien des domaines, comme par exemple la thermodynamique des états hors d'équilibre, l'étude des piles électrochimiques et même aussi certains aspects de la mécanique des solides (laminoirs, remontées mécaniques, etc.).*

XIV-1 Calcul de débits.

XIV-1.a Débit volumique et débit massique.

Supposons une petite région de l'espace où un fluide de masse volumique μ a une vitesse $\overrightarrow{v}$ de module v. Soit une petite surface élémentaire orientée $\mathrm{d}S$ de vecteur surface $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ (rappelons qu'il est orthogonal à la surface, orienté dans le sens choisi et de module égal à l'aire de la surface). Cherchons à calculer la masse δm qui traverse $\mathrm{d}S$ entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$. Pour cela localisons les particules concernées à l'instant initial t. Leurs trajectoires doit traverser $\mathrm{d}S$, elles doivent être en amont de la surface à une distance inférieure à $v\,\mathrm{d}t$. Elles sont donc contenues dans un cylindre oblique de base $\mathrm{d}S$ et de hauteur $v\,\mathrm{d}t\,\cos\theta$. On a donc :

$$\delta m = \mu\,\mathrm{d}S\,v\,\mathrm{d}t\,\cos\theta = \mu\,\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\mathrm{d}S}\,\mathrm{d}t$$



On appelle *débit massique* élémentaire à travers $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ le rapport

$$\mathrm{d}D_m = \delta m/\mathrm{d}t = \mu\,\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\mathrm{d}S}$$

On appelle densité de courant le vecteur $\mu\,\overrightarrow{v}$, d'où $\mathrm{d}Dm = \mu.\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\mathrm{d}S}$

Si l'on s'intéresse au débit massique à travers une surface Σ orientée, on la découpe en surfaces élémentaires $\mathrm{d}\,\overrightarrow{\Sigma}$ et l'on somme les débits élémentaires, d'où :

$$D_m = \oiint_{\Sigma} \mu\,\overrightarrow{v}.\mathrm{d}\overrightarrow{\Sigma}$$

On définit aussi le débit volumique comme le volume traversant la surface de référence par unité de temps ; bien évidemment on a :

$$D_v = \oiint_{\Sigma} \overrightarrow{v}.\mathrm{d}\overrightarrow{\Sigma} = D_m/\mu$$

Cela dit, cette notion n'est pertinente que si μ est constante, c'est-à-dire pour un liquide, car il n'existe pas de loi de conservation du volume pour un gaz.

XIV-1.b Conservation de la masse.

Imaginons un volume Ω divisé en volumes élémentaires $\mathrm{d}\Omega$ et limité par une surface fermée Σ divisée en surfaces élémentaires de vecteurs surfaces $\overrightarrow{\mathrm{d}\Sigma}$. Appelons $M(t)$ la masse contenue dans Ω à l'instant t. Evaluons de deux façons la dérivée temporelle de cette masse.

Première approche :

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iiint_\Omega \mathrm{d}m = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iiint_\Omega \mu\,\mathrm{d}\Omega = \iiint_\Omega \frac{\partial\mu}{\partial t}\,\mathrm{d}\Omega$$

Deuxième approche : $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}$ est le débit massique entrant dans Ω donc l'opposé du débit sortant soit :

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = -\oiint_\Sigma \mu\,\overrightarrow{v}.\mathrm{d}\overrightarrow{\Sigma} = -\iiint_\Omega \mathrm{div}(\mu\,\overrightarrow{v})\,\mathrm{d}\Omega$$

En égalant les deux expressions, on tire :

$$\iiint_\Omega \left(\frac{\partial\mu}{\partial t} + \mathrm{div}(\mu\,\overrightarrow{v})\right)\,\mathrm{d}\Omega$$

Pour que ceci soit vrai quel que soit le domaine Ω, il faut que la fonction à intégrer soit identiquement nulle donc la conservation de la masse peut s'écrire :

$$\boxed{\boxed{\frac{\partial\mu}{\partial t} + \mathrm{div}(\mu\,\overrightarrow{v}) = 0}}$$

Il s'agit de la formulation locale de la conservation de la masse.

XIV-1.c Autres débits.

Le fluide, dans son mouvement, transporte avec lui toutes sortes de grandeurs physiques. Pour les grandeurs extensives, au sens thermodyna-mique du terme (se faire réexpliquer au besoin), il est pertinent de parler de leur débit. Par leur nature même, ces grandeurs sont, en général, le produit de la masse par une grandeur intensive et, par conséquent, pour calculer leur débit élémentaire (entendons à travers une surface élémentaire), il suffira de multiplier le débit massique élémentaire par la grandeur extensive. Par exemple :

- l'énergie cinétique est $E_{cin} = (1/2)m\,v^2$, donc $\mathrm{d}D_{cin} = \mu\,(v^2/2)\,\overrightarrow{v}.\mathrm{d}\overrightarrow{\Sigma}$ est le débit cinétique, ou encore, puisqu'il est homogène à une puissance, puissance cinétique.
- en introduisant l'enthalpie massique h (égale, pour un gaz parfait mono-ou bi-atomique, à $c_p\,T$), le débit élémentaire d'enthalpie est $\mathrm{d}D_H = \mu\,h\,\overrightarrow{v}.\mathrm{d}\overrightarrow{\Sigma}$
- de même avec s, entropie massique, $\mathrm{d}D_S = \mu\,s\,\overrightarrow{v}.\mathrm{d}\overrightarrow{\Sigma}$

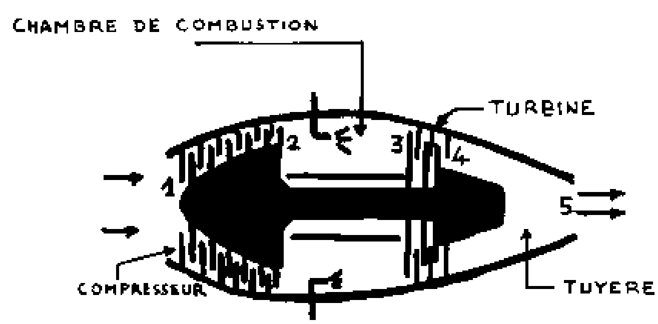
– pour une grandeur vectorielle, on a un débit vectoriel ; par exemple le débit élémentaire de quantité de mouvement est $\mathrm{d}\overrightarrow{D}_P = (\mu\,\overrightarrow{v}.\mathrm{d}\overrightarrow{\Sigma})\,\overrightarrow{v}$. Attention à la position des parenthèses ! On ne se trompera pas si l'on pense $\mathrm{d}\overrightarrow{D}_P = \mathrm{d}D_m\,\overrightarrow{v}$
– etc. selon les besoins du problème étudié.
  Pour le débit à travers une surface quelconque, on intègre le débit élémentaire.

XIV-2 Systèmes ouverts.

XIV-2.a Exemple : poussée d'un turbo-réacteur.

Avant d'aborder une étude générale, rien ne vaut un petit exemple.

Considérons donc un turbo-réacteur, supposé unique pour alléger l'exposé, propulsant un avion en vol horizontal parallèlement à Ox. Le compresseur, entraîné par la turbine, aspire un débit massique D_e d'air frais, à une vitesse relative $\overrightarrow{v}_e = -v_e\,\overrightarrow{e}_x$; cet air sert à la combustion d'un débit D_0 de combustible provenant des réservoirs (grâce à une pompe) ; les gaz brûlés, après avoir mis en mouvement la turbine, sortent avec le débit $D_s = D_e + D_c$ et une vitesse $\overrightarrow{v}_s = -v_s\,\overrightarrow{e}_x$, rendue énorme par la tuyère d'éjection (ce sera l'objet d'exercices après le prochain chapitre).



L'idée de choisir comme système l'avion est mauvaise : c'est un système ouvert de composition variable avec le temps et les lois de la physique ne s'appliquent qu'aux systèmes fermés de composition fixe. Une meilleure idée consiste à définir un système fermé à partir de l'avion à un instant initial t et de voir comment il évolue. Le meilleur choix est ici de définir le système comme réunion à l'instant t de l'avion et tout ce qu'il contient, carburant compris et de l'air qui y entrera entre t et $t + \mathrm{d}t$. A l'instant $t + \mathrm{d}t$, le système est devenu ceci : la réunion de l'avion à $t+\mathrm{d}t$ (donc air aspiré compris et carburant utilisé exclu) et des gaz brûlés éjectés entre t et $t + \mathrm{d}t$. On peut désormais appliquer à ce système toute loi physique qu'on voudra, la plus pertinente est le principe fondamental de la dynamique en projection sur Ox. Roulons donc. . .

La quantité de mouvement (selon Ox) du système à l'instant t est somme de celle de l'avion de masse notée $M(t)$ et de vitesse selon Ox notée $V(t)$ et celle de l'air entrant de masse $\delta_e(t) = D_e\,\mathrm{d}t$ et de vitesse relative $-v_e$ donc de vitesse absolue $V(t) - v_e(t)$, d'où :

$$p_x(t) = M(t)\, V(t) + D_e\, (V(t) - v_e)\, \mathrm{d}t$$

A l'instant $t + \mathrm{d}t$, elle est somme de celle de l'avion de masse

$$M(t + \mathrm{d}t) = M(t) + D_e\, \mathrm{d}t - D_s\, \mathrm{d}t = M(t) + (D_e - D_s)\, \mathrm{d}t$$

et de vitesse (à l'ordre 1)

$$V(t + \mathrm{d}t) = V(t) + (\mathrm{d}V/\mathrm{d}t)\, \mathrm{d}t$$

et de celle des gaz brûlés de masse $D_s\, \mathrm{d}t$, de vitesse relative $-v_s$ (selon Ox) et absolue $V(t) - v_s$, d'où :

$$p_x(t + \mathrm{d}t) = M(t + \mathrm{d}t)\, V(t + \mathrm{d}t) + D_s\, (V(t) - v_s)\, \mathrm{d}t$$

$$p_x(t + \mathrm{d}t) = (M(t) + (D_e - D_s)\, \mathrm{d}t)(V(t) + (\mathrm{d}V/\mathrm{d}t)\, \mathrm{d}t) + D_s\, (V(t) - v_s)\, \mathrm{d}t$$

soit, en négligeant le terme d'ordre 2 :

$$p_x(t+\mathrm{d}t) = M(t)\, V(t) + (D_e - D_s)\, V(t)\, \mathrm{d}t + M(t)\, (\mathrm{d}V/\mathrm{d}t)\, \mathrm{d}t + D_s\, (V(t) - v_s)\, \mathrm{d}t$$

$$p_x(t + \mathrm{d}t) = M(t)\, V(t) + D_e\, V(t)\, \mathrm{d}t + M(t)\, (\mathrm{d}V/\mathrm{d}t)\, \mathrm{d}t - D_s\, v_s\, \mathrm{d}t$$

On en tire :

$$\frac{\mathrm{d}p_x}{\mathrm{d}t} = \frac{p_x(t + \mathrm{d}t) - p_x(t)}{\mathrm{d}t} = M(t)\, (\mathrm{d}V/\mathrm{d}t) + D_e\, v_e - D_s\, v_s$$

Les forces qui s'appliquent sur l'avion sont son poids, vertical, et la force exercée par l'air essentiellement au niveau des ailes et dont la composante verticale est appelée portance (elle équilibre le poids en vol horizontal) et la composante horizontale (vers l'arrière) est appelée traînée et est proportionnelle au carré de la vitesse (cf chapitre suivant, notons la $-k\, V^2$).

Projetons le principe fondamental sur l'axe Ox, on en déduit :

$$M(t)\, (\mathrm{d}V/\mathrm{d}t) + D_e\, v_e - D_s\, v_s = -k\, V^2$$

qu'on réécrit :

$$M(t)\, (\mathrm{d}V/\mathrm{d}t) = D_s\, v_s - D_e\, v_e - k\, V^2$$

Formellement $D_s\, v_s - D_e\, v_e$ se comporte comme une force fictive, on l'appelle poussée du réacteur. On ne saurait trop fustiger l'erreur classique qui consiste à dire que le réacteur s'appuie sur l'air ; la poussée existe par le seul fait qu'il y a éjection de matière vers l'arrière ; la preuve évidente en est qu'une fusée continue à fonctionner même sortie de l'atmosphère.

Insistons aussi sur le piège que présente cette formulation : la masse qui apparaît devant l'accélération n'est pas constante ; si les débits massiques sont constants, on a :

$$M(t) = M(0) + D_e\, t - D_s\, t$$

jusqu'à, bien évidemment, épuisement du carburant. On verra en exercice comment gérer la situation.

XIV-2.b Les deux formalismes possibles.

Se ramener à un système fermé

Soit un volume de contrôle auquel on veut appliquer une loi physique concernant la dérivée temporelle d'une grandeur physique X ; l'écoulement d'un fluide fait entrer, par certaines régions de la surface du volume de contrôle, un débit entrant D_{Xe} de cette grandeur et, par d'autres régions, en fait sortir un débit D_{Xs}, l'un de ces deux termes pouvant être nul dans certaines situations (pas de débit entrant dans une fusée, par exemple). On appelle $X_{VdC}(t)$ la quantité de cette grandeur contenue dans le volume de contrôle à l'instant t.

On définit comme système l'ensemble du volume de contrôle à l'instant t contenant donc $X_{VdC}(t)$ et de ce qui va y entrer entre t et $t+\mathrm{d}t$ et qui contient $\delta\, X_e = D_{Xe}\,\mathrm{d}t$; le système contient donc, à l'instant t :

$$X_{système}(t) = X_{VdC}(t) + \delta\, X_e = X_{VdC}(t) + D_{Xe}\,\mathrm{d}t$$

Par construction, à l'instant $t+\mathrm{d}t$, le système se compose du volume de contrôle et de ce qui en est sorti, on a donc, de façon analogue :

$$X_{système}(t+\mathrm{d}t) = X_{VdC}(t+\mathrm{d}t) + \delta\, X_s = X_{VdC}(t) + D_{Xs}\,\mathrm{d}t$$

La dérivée temporelle de $X_{système}$ est donc :

$$\frac{X_{système}(t+\mathrm{d}t) - X_{système}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{X_{VdC}(t+\mathrm{d}t) - X_{VdC}(t) + \delta\, X_s - \delta\, X_e}{\mathrm{d}t}$$

soit :

$$\frac{\mathrm{d}X_{système}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}X_{VdC}}{\mathrm{d}t} + \frac{\delta\, X_s}{\mathrm{d}t} - \frac{\delta\, X_e}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}X_{VdC}}{\mathrm{d}t} + D_{Xs} - D_{Xe}$$

Il importe que vous sachiez refaire, au cas par cas, ce type de raisonnement ; c'est un objectif du programme.

Se doter d'une nouvelle structure de pensée

La plupart des lois physiques sont de la forme $\mathrm{d}X/\mathrm{d}t = Y$, où l'on peut appeler Y la *source* de X, éventuellement nulle (si X se conserve, comme la masse) ; par exemple la force est source de quantité de mouvement, la puissance est source d'énergie cinétique, la somme de la puissance mécanique et de la puissance thermique est source d'énergie interne, etc. La quantité $Y\,\mathrm{d}t$ peut être appelée quantité *créée* de X, soit $\mathrm{d}X_{créé} = Y\,\mathrm{d}t$. Bien sûr ce type de loi n'est valable que pour un système fermé et l'on doit écrire en fait $\mathrm{d}X_{système} = \mathrm{d}X_{créé} = Y\,\mathrm{d}t$.

Or le formalisme précédent a conduit à :

$$\mathrm{d}X_{système} = \mathrm{d}X_{VdC} + \delta\, X_s - \delta\, X_e = \mathrm{d}X_{créé}$$

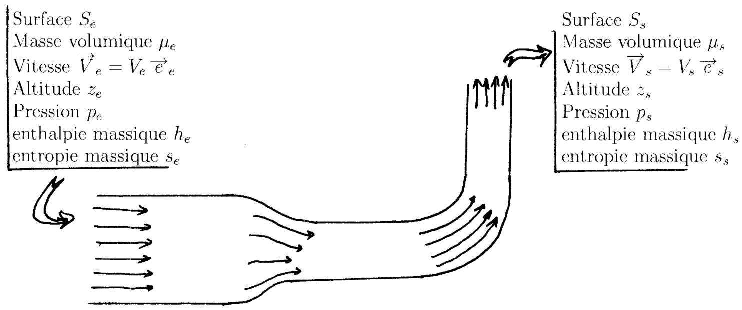
soit :

$$\boxed{\mathrm{d}X_{VdC} = \mathrm{d}X_{créé} + \delta\, X_e - \delta\, X_s = Y\,\mathrm{d}t + D_{Xe}\,\mathrm{d}t - +D_{Xs}\,\mathrm{d}t}$$

ce qui, somme toute, est assez naturel, la première surprise passée.

XIV-2.c Ecoulement permanent, thème et variations.

La situation



Soit une canalisation dans laquelle s'écoule un fluide selon un régime permanent ; la section est suffisamment petite par rapport à la longueur pour que les vitesses soient canalisées par les parois ; on suppose en outre qu'à travers une section donnée, le module de la vitesse est uniforme (on verra plus loin qu'on néglige ainsi l'influence de la viscosité). On privilégie deux sections appelées section d'entrée (indice e) et section de sortie (indice s). On suppose qu'entre ces deux sections, la canalisation change de direction et que l'aire de sa section varie. La figure ci-dessus résume la situation. Il est souvent judicieux d'inclure la canalisation dans le système.

Conservation du débit massique

Avec l'un des formalismes ci-dessus, gérons la masse.

En régime permanent, par définition, $\mathrm{d}M_{VdC} = 0$ et comme la masse se conserve, $\mathrm{d}M_{créée} = 0$, d'où $\delta M_e = \delta M_s$ et $D_{me} = D_{ms}$, soit encore $\mu_e\, S_e\, v_e = \mu_s\, S_s\, v_s$. On parle de conservation du débit massique et l'on notera sans indice la valeur commune des deux débits, soit D_m.

Si de plus, le fluide est incompressible (un liquide en fait), alors $\mu_e = \mu_s$ et l'on a, en simplifiant, conservation du débit volumique, soit $S_e\, v_e = S_s\, v_s$.

Bilans mécaniques

En régime permanent, que la canalisation soit prise ou non dans le système, on a $\mathrm{d}\overrightarrow{P}_{VdC} = 0$ par définition du régime permanent ; on en déduit en raisonnant selon le modèle exposé plus haut :

$$\overrightarrow{0} = \delta\overrightarrow{P}_e - \delta\overrightarrow{P}_s + \overrightarrow{F}_{ext}\,\mathrm{d}t$$

d'où

$$\overrightarrow{F}_{ext} = D_m\,\overrightarrow{V}_s - D_m\,\overrightarrow{V}_e = D_m\,(\overrightarrow{V}_s - \overrightarrow{V}_e)$$

Si l'on a considéré que la canalisation fait partie du système, $\overrightarrow{F}_{ext}$ se compose de plusieurs termes :

- La force $\overrightarrow{f}$ exercée par le système d'ancrage de la canalisation sur son support, ou par le pompier musclé qui maintient la lance d'incendie.
- La force $\overrightarrow{f}_{al}$ exercée par la pression atmosphérique p_a sur les parois latérales de la canalisation.
- La force de pression $p_e\, S_e\, \overrightarrow{e}_e$ sur la section d'entrée, qu'on décompose astucieusement en $\overrightarrow{f}_{ae} = p_a\, S_e\, \overrightarrow{e}_e$ et $(p_e - p_a)\, S_e\, \overrightarrow{e}_e$.
- La force de pression $-p_s\, S_s\, \overrightarrow{e}_s$ sur la section de sortie, qu'on décompose en $\overrightarrow{f}_{as} = -p_a\, S_s\, \overrightarrow{e}_s$ et $-(p_s - p_a)\, S_s\, \overrightarrow{e}_s$.

L'astuce est que $\overrightarrow{f}_{al} + \overrightarrow{f}_{ae} + \overrightarrow{f}_{as} = \overrightarrow{0}$ qu'on justifie soit en disant que la pression atmosphérique est uniforme et alors le théorème du gradient assure que le bilan de forces de pression atmosphérique sur une surface fermée est nulle, soit, plus finement que ce bilan est la poussée d'ARCHIMÈDE due à l'air, négligeable car la masse d'air «déplacé» l'est.

De tout cela on déduit que :

$$\overrightarrow{f} + (p_e - p_a)\, S_e\, \overrightarrow{e}_e - (p_s - p_a)\, S_s\, \overrightarrow{e}_s = D_m\, (\overrightarrow{V}_s - \overrightarrow{V}_e)$$

Comme nous verrons plus loin des théorèmes qui permettent de calculer les pressions dans ce type d'écoulement, cette formule permettra de calculer $\overrightarrow{f}$.

L'exemple est mal adapté à un bilan de moment cinétique, ce type de bilan est l'objet de l'exercice traité en fin de chapitre, qui met en scène un tourniquet hydraulique ; il importera de considérer cet exercice comme faisant partie du cours.

Bilans énergétiques

On utilisera la variante du théorème de l'énergie mécanique : on tiendra compte de l'énergie potentielle de pesanteur et en contrepartie, on ne comptera pas la puissance des forces de pesanteur.

Toujours de la même façon, on a ici :

$$0 = \delta E_e - \delta E_s + (\mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{int})\, \mathrm{d}t$$

d'où

$$0 = D_m\, (V_e^2/2 + \mathrm{g}\, z_e) - D_m\, (V_s^2/2 + \mathrm{g}\, z_s) + \mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{int}$$

Hormis les forces de pesanteur, les seules forces extérieures sont les forces de pression

- La force $\overrightarrow{f}_{al}$, définie plus haut, ne travaille pas car la canalisation est immobile.
- La puissance de $p_e\, S_e\, \overrightarrow{e}_e$ est $p_e\, S_e\, \overrightarrow{e}_e.\overrightarrow{V}_e = p_e\, S_e\, V_e = D_m\, p_e/\mu_e$
- La puissance de $-p_s\, S_s\, \overrightarrow{e}_s$ est

$$-p_s\, S_s\, \overrightarrow{e}_s.\overrightarrow{V}_s = -p_s\, S_s\, V_s = -D_m\, p_s/\mu_s$$

On en déduit :

$$D_m\,[(V_s^2/2 + \mathrm{g}\,z_s + p_s/\mu_s) - (V_e^2/2 + \mathrm{g}\,z_e + p_e/\mu_e)] = \mathcal{P}_{int}$$

Mais on ne peut aller plus loin à ce stade, car rien ne permet d'affirmer quoi que ce soit sur $\mathcal{P}_{int}$ puisqu'un fluide, par nature, n'est pas indéformable ; en fait, c'est cette étude qui permettra parfois d'évaluer la puissance des forces intérieures. Par exemple on verra que dans le cas d'un fluide incompressible et non visqueux, le premier membre est nul, ce qui permettra, dans ces conditions, d'affirmer que les forces intérieures ne dissipent pas d'énergie.

Dans tous les autres cas, le théorème de l'énergie cinétique s'avère impuissant et il vaut bien mieux le remplacer par sa conséquence thermodynamique, à savoir le premier principe [1] . En régime permanent, il donnera, toujours de la même façon :

$$0 = \delta u_e + \delta E_e - \delta u_s - \delta E_s + \delta W + \delta Q$$

soit, après division par $\mathrm{d}t$ et en reprenant les résutats ci-dessus :

$$D_m\,[(u_s + V_s^2/2 + \mathrm{g}\,z_s + p_s/\mu_s) - (u_e + V_e^2/2 + \mathrm{g}\,z_e + p_e/\mu_e)] = \delta Q/\mathrm{d}t$$

Comme l'inverse de la masse volumique est le volume massique, on reconnaît dans $u + p/\mu$, l'enthalpie massique h, d'où :

$$D_m\,[(h_s + V_s^2/2 + \mathrm{g}\,z_s) - (h_e + V_e^2/2 + \mathrm{g}\,z_e)] = \delta Q/\mathrm{d}t$$

Une étude (ou une modélisation) de la puissance thermique et la donnée de la fonction u permettront de déduire bien des choses. Par exemple, pour une détente de Joule-Thomson (adiabatique et à vitesse négligeable, on le rappelle) dans un tuyau horizontal, on en tire $h_s = h_e$ et si, de plus, le fluide est un gaz parfait (h n'est fonction que de T), alors $T_s = T_e$

Bilan entropique

Ecrivons le second principe sous la forme $\mathrm{d}S_{syst} = \delta Q/T_{ext} + \mathrm{d}S_{créée}$, avec $\mathrm{d}S_{créée} \geqslant 0$. On a toujours $\mathrm{d}S_{syst} = \mathrm{d}S_{VdC} + \delta S_s - \delta S_e$ et $\mathrm{d}S_{VdC} = 0$ en régime permanent. On en tire avec s entropie massique :

$$D_m\,(s_s - s_e) = \frac{1}{T_{ext}}\,\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} + \mathrm{d}S_{créée}/\mathrm{d}t$$

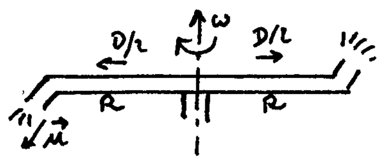
Là aussi, une étude (ou une modélisation) de la puissance thermique et la donnée de la fonction s permettront de calculer l'entropie créée. Avec le même exemple de la détente de Joule-Thomson et un gaz parfait mono- ou bi-atomique pour lequel $s = c_p \ln T - r \ln p$ (où $r = R/M$), on en tire, en reportant $T_s = T_e$:

$$\mathrm{d}S_{créée}/\mathrm{d}t = D_m\, r\, \ln(p_e/p_s)$$

1. Pour éviter bien des ennuis, n'employez le théorème de l'énergie cinétique pour un fluide que si l'on vous y invite. Sans instructions précises, ne menez l'étude énergétique d'un fluide en mouvement que par le premier principe de la thermodynamique.

XIV-3 Exercice : Le tourniquet hydraulique

Un tourniquet est formé de deux branches de rayon R, éjectant chacune, à une vitesse relative u orthoradiale vers l'arrière, de l'eau avec un débit massique $D/2$. Il est alimenté par une canalisation verticale fixe amenant le débit total D.



La liaison entre canalisation d'amenée et tourniquet est supposée sans frottement et sans fuite (le beurre et l'argent du beurre !). On suppose le régime permanent atteint, quelle est la vitesse de rotation du tourniquet ? Montrer que s'il y a frottement, la vitesse angulaire est inférieure à celle qu'on vient de calculer.

Etudier le régime transitoire. On admettra que le moment cinétique par rapport à l'axe du tourniquet est le produit d'une constante J et de sa vitesse angulaire ω, même si le fluide coule dans les branches. On modélisera le frottement par un moment proportionnel à ω.